ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ ПРОБЛЕМ НАДЕЖНОСТИ И КАЧЕСТВА

УДК 629.039.58

РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ, ОЦЕНКИ И ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИЙ ГОТОВНОСТИ И ПРОСТОЯ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

Г. С. Садыхов, И. А. Бабаев

1. Постановка задачи

В настоящее время имеется многочисленное количество работ, посвященных исследованию коэффициентов готовности и простоя технических объектов и систем, среди которых весьма значимыми являются стандарты [1, 2] и работа [3]. В этих работах широко рассмотрены вопросы расчета показателей готовности и простоя технических объектов с экспоненциальным законом распределения наработок на отказ и длительностей восстановления. Дальнейшее развитие подходов к определению показателей готовности технических объектов привело к рассмотрению иных законов распределения. В частности, в работах [4–11] рассматриваются неэкспоненциальные законы распределения. В работе [11] приведено рассмотрение функции готовности для квазиравновесного восстановительного процесса. Марковские процессы также получили широкое распространение в применении к исследованию готовности систем в работах [4, 10].

Однако разнообразие работ, базирующихся на применении различных законов распределения при определении показателей готовности и простоя систем и объектов, не охватывает множество менее распространенных, но все же довольно широко применимых видов непрерывных распределений. В связи с этим возникает задача определения выражений, описывающих функции готовности и простоя технических объектов для произвольных законов распределения, т.е. определение непараметрических формул функций готовности и простоя [12–14].

С этой целью в настоящей работе основной задачей является определение непараметрических формул для расчета функций готовности и простоя восстанавливаемого объекта через его характеристики безотказности и ремонтпригодности. Кроме того, для этих показателей предполагается установить непараметрические нижние и верхние гарантированные оценки, доказать их достижимость и установить их предельные значения.

Объектом рассмотрения при решении данной задачи будем считать восстанавливаемый в процессе эксплуатации технический объект, к которому применяются следующие допущения:

- будем считать, что восстановление начинается сразу после отказа;
- возможные состояния объекта в произвольный момент времени t – это состояние готовности или состояние простоя;
- законы распределения наработок на отказ и длительностей восстановления – произвольные, т.е. имеют место непараметрические законы распределения.

2. Формулы для расчета функций готовности и простоя

Докажем следующее утверждение.

Теорема 1. Для функции готовности объекта справедлива следующая формула:

$$A(t) = R(t)Q(t) \left\{ 1 + \int_0^t \frac{\mu(x)}{R(x)Q(x)} dx \right\}, \quad (1)$$

где $\mu(x)$ – интенсивность восстановления объекта в момент времени x ;

$$R(t) = 1 - F(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(x) dx\right) \text{ и } Q(t) = 1 - M(t) = \exp\left(-\int_0^t \mu(x) dx\right), \quad (2)$$

где $R(t), Q(t)$ – соответственно вероятность безотказной работы объекта в течение времени t и вероятность того, что объект не будет восстановлен в течение времени t ; $M(t)$ – вероятность восстановления объекта в течение времени t ; $F(t)$ – вероятность отказа объекта в течение времени t .

Доказательство. Докажем формулу (1), из которой будет следовать формула для функции простоя

$$U(t) = 1 - A(t). \quad (3)$$

Согласно определению $\mu(t)$ – интенсивности восстановления объекта в момент времени t можем записать при $\Delta t \rightarrow 0$ [1]:

$$\Pr((t < \eta < t + \Delta t) | \eta > t) = \mu(t)\Delta t + o(\Delta t),$$

где левая часть – эта вероятность того, что время восстановления η будет находиться на временном интервале $(t, t + \Delta t)$ при условии, что исследуемый объект после отказа не был восстановлен до момента времени t . Следовательно, вероятность того, что в момент времени $t + \Delta t$ объект будет находиться в состоянии готовности при условии, что в момент времени t он находился в состоянии простоя, согласно теореме умножения зависимых событий равна при $\Delta t \rightarrow 0$

$$A_M(t + \Delta t) = U(t)[\mu(t)\Delta t + o(\Delta t)], \quad (4)$$

где выражение в квадратной скобке равно согласно определению интенсивности восстановления вероятности того, что на интервале времени $(t, t + \Delta t)$ при $\Delta t \rightarrow 0$ объект будет восстановлен.

Эту вероятность можно назвать также функцией эксплуатационной восстанавливаемости объекта в момент времени t на интервале Δt . Она показывает способность неработоспособного в момент времени t объекта оперативно восстановиться в течение заданного интервала времени Δt .

Точно также согласно определению $\lambda(t)$ – интенсивности отказов объекта в момент времени t при $\Delta t \rightarrow 0$ имеем [3]:

$$\Pr((t < \zeta < t + \Delta t) | \zeta > t) = \lambda(t)\Delta t + o(\Delta t),$$

где левая часть – это вероятность того, что время отказа ζ будет находиться на временном интервале $(t, t + \Delta t)$ при условии, что в течение времени t рассматриваемый объект был безотказен. Отсюда находим вероятность того, что объект в момент времени $t + \Delta t$ будет находиться в состоянии готовности при условии, что в момент времени t он также находился в состоянии готовности. Эта вероятность равна согласно теореме умножения вероятностей при $\Delta t \rightarrow 0$

$$A_R(t + \Delta t) = A(t)[1 - \lambda(t)\Delta t + o(\Delta t)], \quad (5)$$

где выражение в квадратной скобке равно согласно определению интенсивности отказов вероятности того, что на интервале времени $(t, t + \Delta t)$ при $\Delta t \rightarrow 0$ не будет отказа.

Эту вероятность можно назвать также функцией эксплуатационной отказоустойчивости объекта в момент времени t на интервале Δt . Она показывает способность работоспособного в момент времени t объекта безотказно проработать в течение заданного интервала времени Δt .

Применяя теорему сложения вероятностей, определенных соотношениями (4) и (5), найдем, что

$$A(t + \Delta t) = A_M(t + \Delta t) + A_R(t + \Delta t) = U(t)\mu(t)\Delta t + A(t)(1 - \lambda(t)\Delta t) + o(\Delta t),$$

откуда с учетом (3) получим

$$\frac{A(t + \Delta t) - A(t)}{\Delta t} = \mu(t) - (\lambda(t) + \mu(t))A(t) + \frac{o(\Delta t)}{\Delta t}.$$

Перейдя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, найдем следующее дифференциальное уравнение:

$$A'(t) + (\lambda(t) + \mu(t))A(t) = \mu(t). \quad (6)$$

Решая это дифференциальное уравнение, получим следующее выражение:

$$A'(t)\exp\left(\int(\lambda(t) + \mu(t))dt\right) + (\lambda(t) + \mu(t))A(t)\exp\left(\int(\lambda(t) + \mu(t))dt\right) = \mu(t)\exp\left(\int(\lambda(t) + \mu(t))dt\right).$$

Согласно правилу дифференцирования производных получим

$$\left(A(t)\exp\left(\int(\lambda(t) + \mu(t))dt\right)\right)' = \mu(t)\exp\left(\int(\lambda(t) + \mu(t))dt\right).$$

Выразив из данного выражения $A(t)$, получим решение дифференциального уравнения (6):

$$A(t) = \exp\left(-\int(\lambda(t) + \mu(t))dt\right) \cdot \left(\int\mu(t)\exp\left(\int(\lambda(t) + \mu(t))dt\right)dt + C\right).$$

Учитывая (2), формулы для интенсивности восстановления и интенсивности отказов объекта

$$\mu(x) = -\frac{Q'(x)}{Q(x)}, \quad (7)$$

$$\lambda(x) = -\frac{R'(x)}{R(x)}, \quad (8)$$

а также начальное условие для уравнения при $t = 0$, найдем значение константы $C = 1$ и получим искомую формулу (1).

Теорема 1 имеет пять следствий.

Следствие 1. Для того, чтобы $A(t)$ – функция готовности объекта в момент времени t рассчитывалась по формуле (1), необходимо и достаточно, чтобы она являлась решением дифференциального уравнения (6) с начальным условием $A(0) = 1$.

Доказательство. Достаточность доказана нами выше, поэтому докажем для справедливости формулы (1) необходимость.

Согласно (1) имеем

$$A'(t) = R'(t)Q(t)\left\{1 + \int_0^t \frac{\mu(x)}{R(x)Q(x)}dx\right\} + R(t)Q'(t)\left\{1 + \int_0^t \frac{\mu(x)}{R(x)Q(x)}dx\right\} + \mu(t).$$

Используя (7) и (8), найдем

$$A'(t) = -\lambda(t)R(t)Q(t)\left\{1 + \int_0^t \frac{\mu(x)}{R(x)Q(x)}dx\right\} - \mu(t)R(t)Q(t)\left\{1 + \int_0^t \frac{\mu(x)}{R(x)Q(x)}dx\right\} + \mu(t),$$

откуда, учитывая (1), получим

$$A'(t) + (\lambda(t) + \mu(t))A(t) = \mu(t),$$

что и доказывает необходимость дифференциального уравнения (6) для справедливости формулы (1).

Следствие 2. Для функции простоя объекта справедлива следующая формула:

$$U(t) = R(t)Q(t) \int_0^t \frac{\lambda(x)}{R(x)Q(x)} dx. \quad (9)$$

Доказательство. Используя формулу (1), согласно (3) имеем

$$U(t) = 1 - R(t)Q(t) \left\{ 1 + \int_0^t \frac{\mu(x)}{R(x)Q(x)} dx \right\}. \quad (10)$$

С учетом формул (7) и (8) получим

$$\int_0^t \frac{\mu(x)}{R(x)Q(x)} dx = \int_0^t \frac{1}{R(x)} d \left(\frac{1}{Q(x)} \right),$$

откуда, интегрируя по частям, имеем

$$\int_0^t \frac{\mu(x)}{R(x)Q(x)} dx = \frac{1}{R(t)Q(t)} - 1 - \int_0^t \frac{\lambda(x)}{R(x)Q(x)} dx.$$

Подставляя полученное выражение в соотношение (10), получим искомую формулу (9).

Следствие 3. Для того, чтобы $U(t)$ – функция простоя объекта в момент времени t рассчитывалась по формуле (9), необходимо и достаточно, чтобы она удовлетворяла следующему дифференциальному уравнению:

$$U'(t) + (\lambda(t) + \mu(t))U(t) = \lambda(t), \quad (11)$$

с начальным условием $U(0) = 0$.

Доказательство производится аналогично доказательству следствия 1.

Следствие 4. Если $\lambda(t) \equiv 0$, то

$$U(t) \equiv 0; \quad A(t) \equiv 1.$$

Другими словами, «абсолютное» отсутствие отказов объекта влечет за собой отсутствие простоев. При этом согласно (3) в данном случае

$$A(t) \equiv 1.$$

Следствие 5. При $\mu(t) \equiv 0$ из формулы (1) с учетом (2) следует

$$A(t) = R(t). \quad (12)$$

Другими словами, если объект невосстанавливаемый, то его функция готовности в момент времени t совпадает с вероятностью его безотказной работы в течение времени t .

Из (12) и (3) также следует, что при $\mu(t) \equiv 0$

$$U(t) = F(t).$$

3. Монотонность функций готовности и простоя

Теорема 2. Функция готовности как функция времени t монотонно убывает, а функция простоя, напротив, монотонно растет.

Доказательство. Докажем сначала вторую часть этого утверждения. Для этого установим следующее неравенство: $U'(t) > 0$.

Воспользуемся формулой (11), из которой следует

$$U'(t) = \lambda(t) - (\lambda(t) + \mu(t))U(t).$$

Подставляя (9) в это выражение, получим

$$U'(t) = \lambda(t) - (\lambda(t) + \mu(t))R(t)Q(t) \int_0^t \frac{\lambda(x)}{R(x)Q(x)} dx. \quad (13)$$

Используя (2), имеем

$$\int_0^t \frac{\lambda(x)}{R(x)Q(x)} dx = \int_0^t \lambda(x) \left(\exp \int_0^x (\lambda(u) + \mu(u)) du \right) dx.$$

Так как

$$\int_0^t \lambda(x) \left(\exp \int_0^x (\lambda(u) + \mu(u)) du \right) dx = \int_0^t \frac{\lambda(x)}{\lambda(x) + \mu(x)} d \left(\exp \int_0^x (\lambda(u) + \mu(u)) du \right) dx,$$

то, применяя формулу интегрирования по частям, найдем с учетом (2)

$$\begin{aligned} \int_0^t \lambda(x) \left(\exp \int_0^x (\lambda(u) + \mu(u)) du \right) dx &= \frac{\lambda(t)}{(\lambda(t) + \mu(t))R(t)Q(t)} - \frac{\lambda(0)}{\lambda(0) + \mu(0)} - \\ &- \int_0^t \left(\exp \int_0^x (\lambda(u) + \mu(u)) du \right) d \left(\frac{\lambda(x)}{\lambda(x) + \mu(x)} \right). \end{aligned}$$

Подставляя полученное в (13), имеем

$$\begin{aligned} U'(t) &= \lambda(t) - \lambda(t) + (\lambda(t) + \mu(t))R(t)Q(t) \frac{\lambda(0)}{\lambda(0) + \mu(0)} + \\ &+ (\lambda(t) + \mu(t))P(t)Q(t) \int_0^t \left(\exp \int_0^x (\lambda(u) + \mu(u)) du \right) d \left(\frac{\lambda(x)}{\lambda(x) + \mu(x)} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Поскольку

$$\int_0^t \left(\exp \int_0^x (\lambda(u) + \mu(u)) du \right) d \left(\frac{\lambda(x)}{\lambda(x) + \mu(x)} \right) > \int_0^t d \left(\frac{\lambda(x)}{\lambda(x) + \mu(x)} \right),$$

то из (14) находим

$$U'(t) > (\lambda(t) + \mu(t))R(t)Q(t) \left(\frac{\lambda(0)}{\lambda(0) + \mu(0)} + \frac{\lambda(t)}{\lambda(t) + \mu(t)} - \frac{\lambda(0)}{\lambda(0) + \mu(0)} \right),$$

откуда получим

$$U'(t) > \lambda(t)R(t)Q(t).$$

Так как правая часть положительна, то

$$U'(t) > 0, \quad (15)$$

что и доказывает монотонное возрастание $U(t)$ – функции простоя как функции времени t .

Используя (15) и (3), имеем

$$A'(t) < 0. \quad (16)$$

Откуда следует, что $A(t)$ – функция готовности как функция времени t монотонно убывает, что и доказывает полностью теорему 2.

4. Непараметрические оценки функций простоя и готовности

Теорема 3. Для функции простоя объекта имеет место следующая оценка:

$$U(t) \leq 1 - R(t). \quad (17)$$

Доказательство. Так как

$$\frac{Q(t)}{Q(x)} \leq 1,$$

где $0 < x < t$, то из формулы (9) имеем

$$U(t) \leq R(t) \int_0^t \frac{\lambda(x)}{R(x)} dx.$$

Учитывая формулу (8), имеем

$$U(t) \leq R(t) \int_0^t -\frac{R'(x)}{R^2(x)} dx.$$

Откуда, интегрируя правую часть, получим искомую оценку (17).

Следствие. Для функции готовности объекта справедлива следующая оценка:

$$A(t) \geq R(t). \quad (18)$$

В частности, из оценок (17) и (18) получим следующие важные для практических приложений оценки:

$$U(t_\gamma) \leq 1 - \gamma,$$

$$A(t_\gamma) \geq \gamma,$$

где

$$t_\gamma = \sup\{t \mid R(t) \geq \gamma\}$$

является гамма-процентной наработкой до отказа объекта при заданном уровне γ , ($0 < \gamma < 1$) [15].

Заметим, что доказанные оценки справедливы для любого закона распределения наработок на отказ.

5. Оценки функций простоя и готовности стареющих объектов

Будем считать, что объект стареющий, если его интенсивность отказов (8) как функция времени t монотонно растет.

Докажем следующее утверждение.

Теорема 4. Для функций простоя и готовности стареющего объекта справедливы следующие оценки:

$$U(t) \leq \frac{t}{r}; \quad A(t) \geq 1 - \frac{t}{r}, \quad (19)$$

где $r = \int_0^\infty R(x) dx$ – средняя наработка до отказа объекта, а

$$t < r. \quad (20)$$

Доказательство. Из формулы (9) с учетом того, что при $t > x$

$$\frac{R(t)}{R(x)} \leq 1; \quad \frac{Q(t)}{Q(x)} \leq 1,$$

имеем

$$U(t) \leq \int_0^t \lambda(x) dx. \quad (21)$$

Так как

$$\int_0^t \lambda(x) dx = -\ln R(t),$$

то, используя

$$R(t) \geq e^{-\frac{t}{r}}, \quad (t < r)$$

оценку для стареющих объектов [3], получим

$$\int_0^t \lambda(x) dx \leq \frac{t}{r}.$$

Учитывая эту оценку в соотношении (21), найдем оценки (19).

При рассмотрении непараметрических оценок (17), (18), (19) можно заметить, что в оценочных функциях не участвуют характеристики ремонтпригодности. Попробуем выяснить причину этой особенности.

Если интенсивность отказов объекта $\lambda(x)$ тождественно не равна нулю и $A(a) = 1$, где a – произвольное действительное число, то существует такое целое действительное число m , для которого справедливо предельное соотношение

$$\lim_{t \rightarrow a} \frac{U(t)}{(t-a)^m} = \frac{\lambda^{(m-1)}(a)}{m!},$$

описывающее поведение функции простоя в окрестности точки a в виде ординарного пуассоновского процесса [16].

Из этого соотношения с учетом (3) следует, что при $t \rightarrow a$

$$A(t) = 1 - \frac{\lambda^{(m-1)}(a)}{m!} (t-a)^m + o(t-a)^m.$$

Видно, что функция готовности технического объекта в течение достаточно малой длительности после времени $t = a$ близка к единице, несмотря на то, что значение интенсивности отказов в этот момент может быть довольно большим. Другими словами, при $t \rightarrow a$ функции готовности и простоя объекта зависят только от принимаемых значений интенсивности отказов и не зависят от характеристик ремонтпригодности.

6. Оценки функций простоя и готовности активно восстанавливаемых стареющих объектов

Будем считать, что объект активно восстанавливается, если его интенсивность восстановления $\mu(t)$ как функция времени t монотонно растёт.

Для таких объектов справедливо следующее утверждение.

Теорема 5. Для функций простоя и готовности активно восстанавливаемых стареющих объектов справедливы следующие оценки:

$$U(t) \leq t\lambda(t) \frac{1 - R(t)Q(t)}{-\ln(R(t)Q(t))}; \quad (22)$$

$$A(t) \geq 1 - t\lambda(t) \frac{1 - R(t)Q(t)}{-\ln(R(t)Q(t))}. \quad (23)$$

Доказательство. Для активно восстанавливаемых стареющих объектов справедливы следующие оценки при $x < t$ [16, 17]:

$$R(x) \geq R(t)^{\frac{x}{t}}; \quad Q(x) \geq Q(t)^{\frac{x}{t}}.$$

Учитывая эти оценки и то, что при $x < t$

$$\lambda(x) \leq \lambda(t),$$

из формулы (9) получим

$$U(t) \leq R(t)Q(t)\lambda(t) \int_0^t (R(x)Q(x))^{-\frac{x}{t}} dx. \quad (24)$$

Так как

$$\int_0^t (R(x)Q(x))^{-\frac{x}{t}} dx = t \frac{(R(t)Q(t))^{-1} - 1}{-\ln(R(t)Q(t))},$$

то из (24) найдем искомые оценки (22) и (23).

Теперь покажем, что оценки (22) и (23) достижимы, т.е. существует такой закон распределения наработок до отказа и такой закон распределения длительностей восстановления, для которых правые и левые части оценок (22) и (23) равны.

Предположим, что наработки до отказа и длительности восстановления объекта распределены по экспоненциальному закону. Тогда вероятность безотказной работы равна

$$R(t) = \exp(-\lambda t), \quad (25)$$

а вероятность невосстановления равна

$$Q(t) = \exp(-\mu t), \quad (26)$$

где $\lambda > 0$ и $\mu > 0$ – постоянные интенсивности отказов и восстановления соответственно. Тогда согласно оценке (23) имеем

$$A(t) \geq 1 - t\lambda \frac{1 - e^{-(\lambda+\mu)t}}{(\lambda + \mu)t},$$

откуда получим

$$A(t) \geq \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda+\mu)t}. \quad (27)$$

Найдем выражение для функции готовности, используя формулу (1), (25) и (26). Получим

$$A(t) = e^{-(\lambda+\mu)t} \left[1 + \mu \int_0^t e^{(\lambda+\mu)x} dx \right].$$

После несложных вычислений имеем

$$A(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda+\mu)t}. \quad (28)$$

При анализе (28) видно, что правые части (27) и (28) равны, а следовательно, оценка (23) достижима.

Аналогично с использованием выражений (9), (25) и (26), доказывается достижимость оценки (22).

7. Предельные значения функций простоя и готовности объектов

Теорема 6. Пусть интенсивность отказов и интенсивность восстановления имеют следующие пределы:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda(t) = \Lambda ; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \mu(t) = M . \quad (29)$$

Тогда справедливы следующие предельные значения функций простоя и готовности объекта:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} U(t) = U_0 ; \quad (30)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A(t) = A_0 , \quad (31)$$

где

$$A_0 = \frac{M}{\Lambda + M} \quad \text{и} \quad U_0 = \frac{\Lambda}{\Lambda + M}$$

соответственно коэффициенты готовности и простоя объекта.

Доказательство. Для доказательства воспользуемся формулой (9) и покажем, что правая часть данного выражения есть неопределенность вида $\frac{\infty}{\infty}$ при $t \rightarrow \infty$.

Так как $Q(x) \leq 1$, то

$$\int_0^t \frac{\lambda(x)}{R(x)Q(x)} dx \geq \int_0^t \frac{\lambda(x)}{R(x)} dx .$$

Используя формулу (8), получим

$$\int_0^t \frac{\lambda(x)}{R(x)Q(x)} dx \geq \int_0^t d \left(\frac{1}{R(x)} \right) ,$$

откуда имеем

$$\int_0^t \frac{\lambda(x)}{R(x)Q(x)} dx \geq \frac{1}{R(t)} - 1 .$$

Видно, что при $t \rightarrow \infty$

$$\int_0^t \frac{\lambda(x)}{P(x)Q(x)} dx \rightarrow \infty .$$

Следовательно, правая часть (9) есть неопределенность вида $\frac{\infty}{\infty}$.

Раскрывая эту неопределенность по правилу Лопиталя, имеем

$$\lim_{t \rightarrow \infty} U(t) = \frac{\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\int_0^t \frac{\lambda(x)}{R(x)Q(x)} dx \right)'}{\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{R(t)Q(t)} \right)'}$$

Так как правая часть равна

$$\frac{\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\int_0^t \frac{\lambda(x)}{R(x)Q(x)} dx \right)'}{\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{R(t)Q(t)} \right)'} = \frac{\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\lambda(t)}{R(t)Q(t)}}{\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-R'(t)Q(t) - R(t)Q'(t)}{(R(t)Q(t))^2}},$$

то, используя (7) и (8), получим

$$\lim_{t \rightarrow \infty} U(t) = \frac{\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda(t)}{\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda(t) + \lim_{t \rightarrow \infty} \mu(t)}.$$

Отсюда с учетом формул (29) найдем искомый предел (30).

Для доказательства предела (31) воспользуемся формулами (3) и (30). Тогда

$$\lim_{t \rightarrow \infty} A(t) = 1 - \frac{\Lambda}{\Lambda + M},$$

что и доказывает (31).

Заключение

Для восстанавливаемого технического объекта представлены формулы для расчета его функций готовности и простоя с использованием характеристик ремонтпригодности и безотказности. Определены непараметрические гарантированные оценки снизу и сверху, исследована достижимость этих оценок и установлены предельные значения для функций готовности и простоя.

В работе также продемонстрирована связь между функциями готовности и простоя и коэффициентами готовности и простоя соответственно на примере экспоненциального закона распределения наработок на отказ и длительностей восстановления.

Применение полученных в работе формул позволило рассмотреть формулы для более качественных комплексных показателей надежности – эксплуатационной восстанавливаемости и отказоустойчивости объекта [18].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №07-08-00574-а и №10-08-00607-а).

Список литературы

1. IEEE 762-2006. Standard Definitions for Use in Reporting Electric Generating Unit Reliability, Availability, and Productivity. – 2007. – 66 p.
2. IEC 61703:2001. Mathematical Expressions for Reliability, Availability, Maintainability and Maintenance Support Terms. International Electrotechnical Commission. – 2001. – 103 p.
3. Гнеденко, Б. В. Математические методы в теории надежности. Основные характеристики надежности и их статистический анализ / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. – М. : URSS, 2013. – 584 с.
4. Gámiz, M. L. Non-parametric estimation of the availability in a general repairable system / M. L. Gamiz, Y. Román // Reliability Engineering & System Safety. – 2008. – Vol. 93, Issue 8. – P. 1188–1196.
5. Smith, D. T. Calculating the system steady-state availability as a function of subsystem steady-state availability // IEEE SouthEastCON. – 2014, March. – P. 1–3.
6. Daneshkhah, A. Probabilistic sensitivity analysis of system availability using Gaussian processes. / A. Daneshkhah, T. Bedford // Reliability Engineering & System Safety. – 2013, April. – Vol.112. – P. 82–93.
7. Wang, N. Estimation and analysis of time-varying availability under the drive of mission scenarios / N. Wang, M. Lin // 9th International Conference on Reliability, Maintainability and Safety (ICRMS). – 2011, June. – P. 1237–1242.
8. Bluvband, Z. Availability growth modeling and assessment / Z. Bluvband, S. Porotsky // Annual Proceedings of Reliability and Maintainability Symposium (RAMS). – 2011. – P. 1–5.

9. Song, T. Operational availability modeling and simulation evaluation / T. Song, X. Bai, Q. Wang, L. Xing // Annual Proceedings of Reliability and Maintainability Symposium (RAMS). – 2012. – P. 1–5.
10. Hayathi, M. Transformation from availability expression to failure frequency expression / M. Hayathi, T. Abe, I. Nakajima // IEEE Transactions on Reliability. – 2006, June. – Vol. 55, № 2. – P. 252–261.
11. Rehmert, I. J. Availability Analysis for the Quasi-Renewal Process / I. J. Rehmert, J. A. Nachlas // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans. – 2009. – P. 272–280.
12. Садыхов, Г. С. Оценка вероятности безотказного срабатывания объекта при высоких уровнях безотказности / Г. С. Садыхов, А. А. Артюхов // Труды Междунар. симп. Надежность и качество. – 2015. – Т. 1. – С. 37–38.
13. Садыхов, Г. С. Вероятности опасных и безопасных состояний техногенно-опасного объекта: расчет и предельные значения / Г.С. Садыхов, И. А. Бабаев // Труды Междунар. симп. Надежность и качество. – 2015. – Т. 1. – С. 79–81.
14. Садыхов, Г. С. Предельные и нижние оценки длительности безопасного срока эксплуатации техногенно-опасных объектов / Г. С. Садыхов, О. В. Елисеева, В. П. Савченко // Труды Междунар. симп. Надежность и качество. – 2015. – Т. 1. – С. 81–83.
15. Садыхов, Г. С. Непараметрические и предельные оценки длительности безопасного срока эксплуатации техногенно-опасных объектов / Г. С. Садыхов, О. В. Некрасова // Динамика неоднородных систем : тр. ин-та системного анализа РАН. – М., 2010. – Т. 53, Вып. 14. – С. 191–198.
16. Садыхов, Г. С. Модели и методы оценки остаточного ресурса изделий радиоэлектроники / Г. С. Садыхов, В. П. Савченко, Н. И. Сидняев. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. – 382 с.
17. Sadykhov, G. S. Nonparametric Assessments and Limiting Probability Values of the Hazardous and Safe States of a Technogenic–Hazardous Object / G. S. Sadykhov, I. A. Babaev // Allerton Press. Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2015. – № 3, vol. 44. – P. 298–304.
18. Садыхов, Г. С. Методы и модели оценок безопасности сверхназначенных сроков эксплуатации технических объектов / Г. С. Садыхов, В. И. Кузнецов. – М. : ЛКИ, 2007. – 144 с.

Садыхов Гулам Садыхович

доктор технических наук, профессор,
главный научный сотрудник,
действительный член
Академии проблем качества РФ,
Московский государственный
технический университет им. Н. Э. Баумана
(105005, Россия, г. Москва,
2-я Бауманская ул., 5, стр. 1)
E-mail: gsadykhov@gmail.com

Бабаев Ислам Акмурадович

инженер,
ОАО «Радиофизика»
(125480, Россия, г. Москва,
ул. Героев Панфиловцев, 10)
E-mail: sleavik@gmail.com

Аннотация. В данной работе выведены формулы для функций готовности и простоя восстанавливаемых объектов. Эти новые формулы рассчитаны в зависимости от характеристик безотказности и ремонтпригодности технических объектов. Отличительной особенностью выведенных формул служит то, что они являются непараметрическими, т.е. пригодны для произвольных законов распределения наработок на отказ и времен восстановления. Существующие до сих пор расчеты в этой сфере исследований имеют параметрический характер и, следовательно, пригодны только для конкретных законов распределения, что значительно суживает область их практического применения. Для функций готовности и простоя эксплуатируемых объектов

Sadykhov Gulam Sadykhovich

doctor of technical science, professor,
senior researcher manager,
fellow of Russian Federation Quality Problems academy
Moscow State Technical University
named after N. E. Bauman
(105005, 2-nd Baumanskaya street, apartment 5,
building 1, Moscow, Russia)

Babaev Islam Akmuradovich

engineer,
Joint Stock Company «Radiofizika»
(125480, 10 Geroev Panfilovtsev street,
Moscow, Russia)

Abstract. New formulae have been elaborated to calculate availability and unavailability functions of objects under exploitation. The formulae got relate functions to characteristics of object reliability and maintainability. The distinctive feature of the new formulae is their being non-parametric, i.e. fit for random types of reliability and maintainability distribution functions. What had been earlier obtained in this area of research is parametric and, consequently, corresponds to some concrete types of reliability and maintainability distributions, which makes its application much more limited. For availability and unavailability functions there has been determined monotonous character of change, in dependence on the duration of object exploitation. For non-evident characteristics of reliability and maintainability,

установлен монотонный характер их изменения в зависимости от длительности времени эксплуатации объекта. Для случая неочевидных характеристик безотказности и ремонтпригодности определены верхние непараметрические оценки для функции простоя эксплуатируемых объектов и нижние для их функции готовности. Установлена достижимость этих оценок. Для функций готовности и простоя эксплуатируемых объектов найдены предельные значения, представляющие собой коэффициенты готовности и простоя эксплуатируемого объекта соответственно.

Ключевые слова: функция готовности, функция простоя, восстанавливаемый объект.

upper non-parametric estimations of unavailability function, and non-parametric lower estimations of availability function have been proved. The attainability of these estimations is determined. For availability and unavailability functions, limit values are found, as coefficients of availability and unavailability.

Key words: availability function, unavailability function, restorable object.

УДК 629.039.58

Садыхов, Г. С.

Расчетные формулы, оценки и предельные значения функций готовности и простоя восстанавливаемых технических объектов / Г. С. Садыхов, И. А. Бабаев // Надежность и качество сложных систем. – 2016. – № 1 (13). – С. 3–14.